Teorem 1 *$a, L \in \mathbb{R}$ olsun. $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = L$ ise $\lim\limits_{x \to -a^-} f(-x) = L$ olur.*

Benzer şekilde $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = L$ ise $\lim\limits_{x \to -a^+} f(-x) = L$ olur.

İspat. $g(x) = f(-x)$ olarak tanımlayalım. $D_g = \{-x : x \in D_f\}$ olduğu ve f, (a, b) aralığında tanımlı ise g nin, $(-b, -a)$ aralığında tanımlı olacağı açıktır.

Bir $\varepsilon > 0$ verilsin. $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = L$ olduğundan, sağdan limit tanımından, $0 < x - a < \delta$ (ve $x \in D_f$ iken) $|f(x) - L| < \varepsilon$ olacak şekilde bir $\delta > 0$ sayısı vardır.

$-\delta < x - (-a) < 0$ ve $x \in D_g$ olsun $0 < (-x) - a < \delta$ ve $-x \in D_f$ olur. Dolayısıyla, $|f(-x) - L| < \varepsilon$ olur. Bu da $|g(x) - L| < \varepsilon$ olması demektir. Böylece $\lim\limits_{x \to -a^-} g(x) = L$, yani $\lim\limits_{x \to -a^-} f(-x) = L$ olduğu ispatlanmış olur.

$\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = L$ ise $\lim\limits_{x \to -a^+} f(-x) = L$ iddiasının ispatı da hemen hemen aynıdır. ■

Alıştırmalarda, L sonsuz ise de bu teoremin yine doğru kalacağı gösterilecektir. a sonsuz ise de teoremin bir benzeri doğru olacaktır.

Alıştırmalar:

1. $a \in \mathbb{R}$ ve $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = +\infty$ olsun. $\lim\limits_{x \to -a^-} f(-x) = +\infty$ olduğunu gösterin.

2. $a \in \mathbb{R}$ ve $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = -\infty$ olsun. $\lim\limits_{x \to -a^-} f(-x) = -\infty$ olduğunu gösterin.

3. $a \in \mathbb{R}$ ve $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = +\infty$ olsun. $\lim\limits_{x \to -a^+} f(-x) = +\infty$ olduğunu gösterin.

4. $a \in \mathbb{R}$ ve $\lim_{x \to a^-} f(x) = -\infty$ olsun. $\lim_{x \to -a^+} f(-x) = -\infty$ olduğunu gösterin.

5. $L \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$ ve $\lim_{x \to +\infty} f(x) = L$ ise $\lim_{x \to -\infty} f(-x) = L$ olduğunu gösterin.

6. $L \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$ ve $\lim_{x \to -\infty} f(x) = L$ ise $\lim_{x \to +\infty} f(-x) = L$ olduğunu gösterin.