

### MT 241 Analiz 3 Sorular 3

#### Diziler

1.  $\lim \frac{1}{n^2} = 0$  olduğu limit tanımı ile ( $\varepsilon - N_\varepsilon$  ile) gösterin.
2.  $a \in \mathbb{R}$  olsun.  $\lim \frac{|na|}{n} = a$  olduğunu limit tanımı ile ( $\varepsilon - N_\varepsilon$  ile) gösterin.
3.  $\lim \frac{3n+1}{2n+5} = \frac{3}{2}$  olduđunu gösterin.
4.  $\lim \frac{2^n}{n!} = 0$  olduđunu gösterin.
5.  $x_n = (-1)^n$  dizisinin iraksak olduđunu gösterin.
6.  $\lim \frac{\cos n}{n} = 0$  olduđunu gösterin.
7.  $0 \leq a < b$  ise  $\lim (a^n + b^n)^{\frac{1}{n}} = b$  olduđunu gösterin.
8.  $a > 0$  ise  $\lim \sqrt[n]{a} = 1$  olduđunu gösterin.
9.  $\lim \sqrt[n^2]{n} = 1$  olduđunu gösterin.
10.  $a \in \mathbb{R}$  olsun.  $\lim \frac{a^n}{n!} = 0$  olduğunu gösterin. (İpucu:  $k \in \mathbb{N}$  için  $\forall n \in \mathbb{N}$  için  $k^n \leq k^k(n-1)!$  olduğunu kullanın)
11.  $a > 1$  ve  $k \in \mathbb{N}$  (sabit) ise,  $\lim \frac{n^k}{a^n} = 0$  olduđunu gösterin.
12.  $0 \leq r < 1$  (sabit) ise  $\lim r^n = 0$  olduđunu gösterin.
13.  $0 \leq r < 1$  (sabit) ise  $\lim nr^n = 0$  olduđunu gösterin.
14.  $(x_n)$  bir dizi,  $\forall n \in \mathbb{N}$  için  $x_n \geq 0$  ve  $\lim \sqrt[n]{x_n} = L$  ve  $L < 1$  ise  $\lim x_n = 0$  olduđunu gösterin.
15.  $(x_n)$  sınırlı bir dizi ve  $\lim y_n = 0$  olsun.  $\lim(x_n y_n) = 0$  olduğunu gösterin.
16. Aşağıdaki dizilerin yakınsak olduğunu MYT ile gösteriniz.
  - (a)  $x_1 = \sqrt{2}$ ,  $x_{n+1} = \sqrt{2 + x_n}$
  - (b)  $x_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!}$
  - (c)  $x_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$
  - (d)  $x_n = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$
  - (e)  $x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$
  - (f)  $a > 0$  (sabit) olmak üzere  $x_1 > 0$  (keyfi) ve  $x_{n+1} = \frac{1}{2} \left(x_n + \frac{a}{x_n}\right)$  (Limitinin  $\sqrt{a}$  olduđunu da gösteriniz.)