MT241 Analiz III, Yarıyılsonu Sınavı **13.01.2004**

Öğrenci No, Adı Soyadı :........................ ....

Aşağıda verilen önermelerin bilindiğini varsayarak soruları cevaplayınız. Soruların cevaplarını, her sorunun hemen altında ayrılan yere yazınız. Başka yerlere veya kağıtlara yazılan cevaplar kesinlikle okunmayacaktır. Başarılar.

i) $\lim \frac{\ln n}{\sqrt{n}} = 0$ dır.

ii) $H_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$ olduğuna göre $\lim (H_n - \ln n) = \gamma$ dır.

iii) $1 - \frac{1}{2} + \cdots + (-1)^{2n-1} \frac{1}{2n} = H_{2n} - H_n$

SORULAR

1. $\sum_{n=1}^{\infty} d_n$ pozitif terimli bir seri ve $\lim d_n = L \in \mathbb{R}$ ise $\sum_{n=1}^{\infty} d_n \backsim \sum_{n=1}^{\infty} \frac{d_n}{1+d_n}$ olduğunu kanıtlayınız.

2. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n} + ...$ serisinin toplamını bulunuz. ($.x_n = 1 - \frac{1}{2} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n}$ koyunuz ve x_{2n} terimini H_n ve H_{2n} cinsinden ifade ediniz.)

3. Aşağıda verilen a_n ler için $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ serisinin yakınsaklığını inceleyiniz.

   (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2}$

   (b) $a_n = \frac{4^n (n!)^2}{(2n+2)!}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ pozitif terimli yakınsak bir seri ise ve $0 < \delta$ ise $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{a_n}}{\left(\sqrt{n}\right)^{1+\delta}}$ serisinin yakınsak olduğunu kanıtlayınız.(Cauchy - Schwartz eşitsizliğini kullanınız.)