

MT 321 PROBLEMLER III

1. $\alpha(t) = t^2 \vec{i} + t^3 \vec{j} + \cos t \vec{k}$ ile $\beta(t) = t \vec{i} + e^t \vec{j} + t^3 \vec{k}$ nin denk olmadığını gösteriniz.
2. $\alpha(t) = \sin t \vec{i} + \cos t \vec{j} + \sin t \vec{k}$ ile $\beta(t) = \cos t \vec{i} + \sin t \vec{j} + \cos t \vec{k}$ nin denk olmadığını gösteriniz.
3. $\alpha : I \rightarrow \mathbb{R}^3, \beta : J \rightarrow \mathbb{R}^3$ parametrik gösterimler olsun.
 $\alpha \approx \beta \iff$ kendisi ve tersi türevlenebilen, $1 - 1$, örten ve $\beta = \alpha \circ h$ olacak şekilde bir $h : J \rightarrow I$ varsa bağıntısının bir denklik bağıntısı olduğunu gösteriniz.
4. $\alpha(t) = e^t \cos t \vec{i} + e^t \sin t \vec{j} + e^t \vec{k}$ yi yay uzunluğu ile parametrize ediniz.
5. $\alpha(t) = t \vec{i} + \sqrt{2} \log t \vec{j} + \frac{1}{t} \vec{k}$ yi yay uzunluğu ile parametrize ediniz.
6. $\alpha(t) = \frac{2\sqrt{2}}{3} t^{\frac{3}{2}} \vec{i} + t \cos t \vec{j} + t \sin t \vec{k}$ yi yay uzunluğu ile parametrize ediniz.
7. $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ türevlenebilen fonksiyonlar ise
a) $(f \times g)' = f' \times g + f \times g'$ b) $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$
olduğunu gösteriniz.
8. $\alpha(t) = \frac{t}{1+t^2} \vec{i} + \frac{1-t^2}{1+t^2} \vec{j} + \frac{\sqrt{3}t}{1+t^2} \vec{k}$ yi yay uzunluğu ile parametrize ediniz.
9. $\alpha(t) = \sqrt{3}t \vec{i} + t \vec{j} + \left(\frac{3}{4}t^{\frac{4}{3}} - \frac{3}{2}t^{\frac{2}{3}} \right) \vec{k}$ i yay uzunluğu ile parametrize ediniz.
10. $\alpha \circ h = \beta$ olsun. $\vec{u} \perp \beta'(t)$ ise $\vec{u} \perp \alpha'(h(t))$ olduğunu gösteriniz.
11. $\alpha(t) = \cos t \vec{i} + \sin t \vec{j} + \sin t \vec{k}, t \in I, \beta(t) = t \vec{i} + 2t \vec{j} + 3t \vec{k}, t \in J$ olsun. I ve J ne olursa olsun $\alpha \not\approx \beta$ olduğunu gösteriniz.
12. $\alpha : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ birim hızda ise $\alpha' \perp \alpha''$ (yani her s için $\alpha'(s) \perp \alpha''(s)$) olduğunu gösteriniz.
13. $\beta = \alpha \circ h$ ise (α, β) parametrik gösterimler, $h : J \rightarrow I$ fonksiyon, $I, J \subset \mathbb{R}$) β'' yü $\alpha', \alpha'', h', h''$ cinsinden bulunuz.
14. $\alpha, \beta : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ ve $\alpha' = \beta'$ olsun. Her $t \in I$ için $\beta(t) = \alpha(t) + v$ olacak şekilde bir $v \in \mathbb{R}^3$ varolduğunu gösteriniz.

15. $\alpha : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ ve her $t \in I$ için $\alpha(t) \perp \alpha'(t)$ ise α nın bir küre yüzeyi üzerinde olduğunu gösteriniz.
16. $\alpha(t) = t\vec{i} + \sin t\vec{j} + e^t\vec{k}$ $t \in \mathbb{R}$, $\beta(t) = \ln t\vec{i} + \sin(\ln t)\vec{j} + t\vec{k}$ $t > 0$ olsun. $\alpha \sim \beta$ olduğunu gösteriniz.
17. $\alpha : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ bir parametrik gösterim , $J = \{-t : t \in I\}$
 $\bar{\alpha}(t) = \alpha(-t)$ olsun.a) $\bar{\alpha}$ nin bir parametrik gösterim olduğunu b) $\alpha \sim \beta \iff \bar{\alpha} \sim \bar{\beta}$ olduğunu gösteriniz.c) $\alpha(t) = (t, t^2, t^3)$ ise $\alpha \not\sim \bar{\alpha}$ olduğunu gösteriniz.d) $\alpha \sim \bar{\alpha}$ olacak şekilde bir α parametrik gösterimi bulunuz.e) α düzgün bir parametrik gösterim ise, $\alpha \approx \bar{\alpha}$ olduğunu gösteriniz.
18. $\alpha, \beta : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$, $\alpha(t) = \cos t \vec{i} + \sin t \vec{j} + \sin t \vec{k}$, $\beta(t) = \sin t \vec{i} + \cos t \vec{j} + \sin t \vec{k}$ olsun. $\alpha \not\sim \beta$ olduğunu gösteriniz.
19. $\alpha : (0, 3\pi) \rightarrow \mathbb{R}^3$, $\alpha(t) = \cos t \vec{i} + \sin t \vec{j} + \sin t \vec{k}$, $\alpha : (0, 5\pi) \rightarrow \mathbb{R}^3$, $\beta(t) = \cos t \vec{i} + \sin t \vec{j} + \sin t \vec{k}$ olsun. $\alpha \not\sim \beta$ olduğunu gösteriniz.