

MT 321 Diferensiyel Geometri

Dönem Sonu Sınavı

4 Soru Yanıtlayınız

Süre:90 Dakika

15 Ocak 2003

1. $\sigma : \mathbb{I}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ (türevlenebilen) bir 3-simpleks olsun. $\mu : \mathbb{I}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ $\mu(s, t, u) = \sigma(u, s, t)$ olarak tanımlansın.

a) $\{\sigma_1^1, \sigma_1^0, \sigma_2^1, \sigma_2^0, \sigma_3^1, \sigma_3^0\}$ ve $\{\mu_1^1, \mu_1^0, \mu_2^1, \mu_2^0, \mu_3^1, \mu_3^0\}$ 2-simpleksleri arasında eşitlikler bularak (bunlardan biri $\sigma_1^1 = \mu_3^1$ olacaktır) $\partial\mu = \partial\sigma$ olduğunu gösterin.

b) Genelleştirilmiş Stokes Teoremini ve a) yı kullanarak Her $w \in \Omega^2(\mathbb{R}^3)$ için

$$\int_{\mu} dw = \int_{\sigma} dw$$

olduğunu gösterin. (a şıkkını yapmamış olsanız da bu şıkkı yapabilirsiniz)

2. β birim hızda en az 3 kez sürekli türevlenebilen ve eğriliği $\neq 0$ bir parametrik gösterim ve $c \in \mathbb{R}$ bir sabit olsun.

$\gamma(s) = \beta(s) + (c - s)T_{\beta}$ olarak tanımlansın. (γ, β nın bir involütü olur.)

β bir silindirik helis ise γ nın bir düzlem eğrisi olduğunu gösteriniz. ($T_{\beta} = \beta'$)

3. $\alpha : \mathbb{I} \rightarrow \mathbb{R}^3$ birim hızda en az 3 kez sürekli türevlenebilen bir parametrik gösterim ve her $s \in I$ için $\alpha(s)$ bir **birim vektör** olsun.

a) $\forall s \in \mathbb{I}$ için $\kappa(s) \geq 1$ olduğunu gösterin.

b) a) da yapılan işlemleri biraz daha sürdürerek, $\kappa \equiv 1$ ise $\tau \equiv 0$ olduğunu gösterin.

4. (s yay uzunluğu) $\kappa(s) = \frac{1}{1+4s^2}$, olacak şekilde bir *düzlem eğrisi* bulunuz (**İşlemleri sonuna kadar yapınız**).

5. $a \in \mathbb{R}$ (sabit) olsun. $S = \{(x, y, z) : x^2 + y^4 + z^6 = a\} \subset \mathbb{R}^3$ olsun.

i) $a > 0$ ise S nin türevlenebilen bir yüzey olduğunu gösterin.

ii) $a < 0$ ise S nin türevlenebilen bir yüzey **olmadığını** gösterin.

iii) $a = 0$ ise S nin türevlenebilen bir yüzey **olmadığını** gösterin.

(iii için biraz farklı bir argüman gerekiyor. iii) ün puanı az olacaktır)