1.a) $\int_S (\nabla \times F)\cdot \vec{n}\, d\sigma = \int_C F dr$

Burada S : n birim normal vektör alanı ile yönlendirilmiş, sınırı C eğrisi (veya eğrileri) olan bir yüzey. C, S ile uyumlu olarak yönlendiriliyor ve F, bileşenleri sürekli türevlenebilen bir vektör alanı.

b)$\nabla \times F = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & x & 0 \end{vmatrix} = \vec{k}$ olur. $S : g(x,y,z) = x^2+y^2+z^2 = 25$ yüzeyinin parçası olduğundan $\vec{n} = \pm\frac{\nabla g}{\|\nabla g\|}$ olur.$\nabla g = 2x\vec{i} + 2y\vec{j} + 2z\vec{k}$ ve $\vec{n}$ aşağı dönük ve S üzerinde $x^2+y^2+z^2 = 25$ olduğundan $\vec{n} = -\frac{xi+yj+zk}{5}$ ve $(\nabla\times F)\cdot\vec{n} = -\frac{z}{5}$ olur.S_z : S nin xy düzlemine izdüşümü olsun bu izdüşüm 1-1 dir.$d\sigma = \frac{\|\nabla g\|}{|\frac{\partial g}{\partial z}|}dA = \frac{5}{z}dA$ olur.$\int_S(\nabla\times F)\cdot\vec{n}\, d\sigma = \int_{S_z} -1 dA = -(S_z$ nin alanı).$S_z$nin çevresi $x^2+y^2+4^2 = 25$ yani $x^2+y^2 = 9$ çemberi yani orijin merkezli 3 yarıçaplı çemberdir. $\int_S(\nabla\times F)\cdot\vec{n}\, d\sigma = -9\pi$ olur.

C nin xy düzlemine izdüşümü $x^2+y^2 = 9$ çemberi, ve izdüşümün yönü negatif olduğundan C eğrisi $x = 3\sin t, y = 3\cos t$ ve $z = 4$ $t\in[0,2\pi]$ olarak parametrize edilebilir.$\int_C F dr = \int_0^{2\pi} 3\sin t j\cdot(3\cos t i - 3\sin t j)dt = \int_0^{2\pi} -9\sin^2 t\, dt = \frac{-9}{2}\int_0^{2\pi}(1-\cos 2t)dt = -9\pi$ bulnur. $\int_S(\nabla\times F)\cdot\vec{n}\, d\sigma = \int_C F dr$ olduğu gösterilmiş olur.

2.Genelleştirilmiş Stokes Teoremi: $\int_\sigma d\omega = \int_{\partial\sigma}\omega$

i) $d\omega = d(xy)\wedge dz = ydx\wedge dz + xdy\wedge dz$ olur.$\sigma^*(d\omega) = (s+t)(sdt+tds)\wedge(ds-dt) + st(ds+dt)\wedge(ds-dt) = -(2st+(s+t)^2)ds\wedge dt$

ve $\phi_2(\sigma^*(d\omega)) = -(2st+(s+t)^2) = -s^2-t^2-4st$ ve $\int_\sigma d\omega = \int_0^1\int_0^1(-s^2-t^2-4st)\, ds\, dt = -\frac{1}{3}-\frac{1}{3}-1 = \frac{-5}{3}$ olur.

ii) $\partial\sigma = \sigma_1^1 - \sigma_1^0 - \sigma_2^1 + \sigma_2^0$, $\sigma_1^1(t) = \sigma(1,t) = (t, 1+t, 1-t)$, $\sigma_1^0(t) = \sigma(0,t) = (0,t,-t)$, $\sigma_2^1(t) = \sigma(t,1) = (t,1+t,t-1)$

$\sigma_2^0(t) = \sigma(t,0) = (0,t,t)$ olur.

$(\sigma_1^1)^*\omega = t(1+t)(-dt)$ ve $\int_{\sigma_1^1}\omega = \int_0^1 -t(1+t)dt = -\frac{1}{2}-\frac{1}{3} = \frac{-5}{6}$

$(\sigma_1^0)^*\omega = 0$ ve $\int_{\sigma_1^0}\omega = \int_0^1 0dt = 0, (\sigma_2^1)^*\omega = t(1+t)(dt)$ ve $\int_{\sigma_2^1}\omega = \int_0^1 t(1+t)dt = \frac{1}{2}+\frac{1}{3} = \frac{5}{6}$, $(\sigma_2^0)^*\omega = 0$ ve $\int_{\sigma_2^0}\omega = \int_0^1 0dt = 0$

$\int_{\partial\sigma}\omega = \int_{\sigma_1^1}\omega - \int_{\sigma_1^0}\omega - \int_{\sigma_2^1}\omega + \int_{\sigma_2^0}\omega = \frac{-5}{6} - 0 - \frac{5}{6} + 0 = \frac{-5}{3} = \int_\sigma d\omega$ bulunur.

3. a) $h^{-1}(t) = \int\|\alpha'(t)\|\, dt$ olmalıdır. $\alpha'(t) = e^t i - e^{-t}j + \sqrt{2}k$ ve $\|\alpha'(t)\| = \sqrt{e^{2t}+e^{-2t}+2} = e^t + e^{-t} = 2\cosh t$ ve $h^{-1}(t) = \int 2\cosh t\, dt = 2\sinh t + C$ olur C=0 alınırsa $h^{-1}(t) = 2\sinh t$ ve $h(s) = \sinh^{-1}(\frac{s}{2})$ olur.$\beta(s) = \alpha(h(s)) = (e^{\sinh^{-1}(\frac{s}{2})}, e^{-\sinh^{-1}(\frac{s}{2})}, \sqrt{2}\sinh^{-1}(\frac{s}{2}))$ birim hızdadır ve α ya denktir.

b) α nın her noktası $xy = 1$ denklemini sağlar, yani α eğrisi $xy = 1$ yüzeyi üzerindedir, ama β nın noktaları $t \neq 1$ için bu yüğzey üzerinde değildir. Bu yüzden $\alpha \nsim \beta$ olmalıdır.

4a) $\|\alpha'(s)\| = \sqrt{(g'(s))^2+(f'(s))^2+(h'(s))^2} = \|\beta'(s)\| = 1$ (her s için) olduğunda α da birim hızda olur. $\kappa_\alpha = \|\alpha''\| = \|g''(s)i + f''(s)j + h''(s)k\| = \|f''(s)j + g''(s)i + h''(s)k\| = \|\beta''\| = \kappa_\beta$

b)$\beta = \alpha \circ h$ (h : .... sağlayan bir fonksiyon) olsun. Varsayım her t için $\alpha'(t) \cdot u = 0$ olması demektir. $\beta'(t) = a(h(t))h'(t)$ olur.Her t için $\beta'(t) \cdot u = a(h(t))h'(t) \cdot u = h'(t)(\alpha'(h(t)) \cdot u) = h'(t)0 = 0$ olur. Bu da $\beta'(t) \perp u$ olması demektir.