

Öğrenci No:
Ad Soyad:

1. Aşağıdakileri gösteriniz:
 - (a) $\text{Im}(z) > 0$ ise $|z - 1 - 2i| < |z - 1 + 2i|$
 - (b) $|z - 1| = 2|z - i|$ kümesinin (x ve y koordinatları cinsinden) denklemini bulunuz ve bir çember olduğunu gösteriniz.
 - (c) $|\text{Arg}(z)| < \frac{\pi}{2}$ ise $\text{Re}(z) > 0$ olduğunu gösteriniz.
 - (d) Her $z \in \mathbb{C}$ için $|z| \leq |\text{Re}(z)| + |\text{Im}(z)|$ olduğunu gösteriniz.
2. (a) $f(z) = f(x + iy) = 2 - \frac{x}{x^2 + y^2} + i \frac{y}{x^2 + y^2}$ fonksiyonunun hangi noktalarda türevlenebildiğini bulunuz.
 - (b) $f(z)$ hangi bölgede analitik olur?
 - (c) $g(z) = \sqrt[3]{r} e^{i\frac{\theta}{3}}$, ($r = |z|$, $\theta = \arg(z)$, $0 < \theta < 2\pi$) ise $g(z)$ nin analitik olduğunu gösteriniz.
3. (a) $\sin z = i$ denkleminin tüm çözümlerini bulunuz (eğer arcsin z nin formülünü kullanırsanız nasıl elde ettiğinizi gösteriniz).
 - (b) i^{1+i} nin esas değerini bulunuz.
 - (c) $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ için $e^{z_1} = e^{z_2}$ ise $\frac{z_2 - z_1}{2\pi i} \in \mathbb{Z}$ olduğunu gösteriniz.
4. (a) Aşağıdaki kümelerin verilen dönüşümler altındaki görüntülerini bulunuz ve cevabınızı düzlemde gösteriniz:
 - i. $w = \frac{1}{z}$ $B : |z - 1| > 1, |z| < 2$
 - ii. $w = e^z$ $B : 1 \leq x \leq 2, \frac{\pi}{6} \leq y \leq \frac{\pi}{4}$
 - (b) $z_1 = 1, z_2 = i, z_3 = \infty$ noktalarını sırasıyla $w_1 = i, w_2 = 0, w_3 = 1$ noktalarına gönderen kesirli lineer dönüşümü bulunuz.
5. (a) Düzlemde bir B bölgesinde $u(x, y), v(x, y)$ harmonik ve v, u nin harmonik eşleniği olsun.
 - i. $u^2 - v^2$ ve uv fonksiyonlarının da B de harmonik olduğunu ve $2uv$ nin $u^2 - v^2$ nin harmonik eşleniği olduğunu gösteriniz.
 - ii. $u^3 - 3uv^2$ nin harmonik eşleniği hangi fonksiyon olur?
 - (b) Her $z \in \mathbb{C}$ için $\overline{\sin z} = \sin \bar{z}$ olduğunu gösteriniz.

Her Soru 21 puan değerindedir.