MT 342 Genel Topoloji Final Sınavı

1) $\varnothing \neq X$ olmak üzere $\tau = \{U \subseteq X : X - U$ **sayılabilir**$\} \cup \{\varnothing\}$ ailesinin X üzerinde bir topoloji olduğunu gösteriniz.

2-a) $A = \mathbb{R} - \{1,2,3\}$ olsun. (R, τ_{ts}) ve (R, τ_L) topolojik uzaylarında **IntA, ExtA, BdA ve** $\overline{\mathbf{A}}$ kümelerini bulunuz.

3-a) $\mathbf{X} = \mathbb{R}$ **ve** $\tau = \tau_L$ ve $\mathbf{Y} = \mathbb{R}$ **ve** $\tau = \tau_{ts}$ olmak üzere $\mathbf{U} = \{(x, y) : x < 1 \text{ ve } y \neq 1\} \in \tau_{prod}$ olduğunu gösteriniz.

b) $\mathbf{B} = \{[a,b] : a, b \in \mathbb{R} \text{ ve } a < b\}$ ailesi $\mathbb{R}$ üzerinde bir topolojinin bazı değildir gösteriniz.

4-a) $f : (R, \tau_R) \to (R, \tau_L),\ f(x) = x^2$ olarak tanımlanan fonksiyonun sürekli olmadığını gösteriniz.

b) $x, y \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\mathbf{d}(x, y) = \left| x^3 - y^3 \right|$ olarak tanımlanan fonksiyonun $\mathbb{R}$ üzerinde bir metrik olduğunu gösteriniz.

5) $X = \{a, b, c\}$ kümesi üzerinde $\tau = \{\varnothing, X, \{a\}, \{b\}, \{a,b\}, \{b,c\}\}$ ve $\tau' = \{\varnothing, X, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{b,c\}\}$ topolojileri verilsin. $\mathbf{f} : (X, \tau) \to (X, \tau')$ $\mathbf{f(a) = c},\ \mathbf{f(b) = b},\ \mathbf{f(c) = a}$ olarak tanımlanan fonksiyonun bir homeomorfizm olduğunu gösteriniz.

(Her Soru 20 puandır)

BAŞARILAR