

SORULAR

1. (X, τ_X) , (Y, τ_Y) iki topolojik uzay ve $f : X \rightarrow Y$ **sürekli** ve **açık dönüşüm** (fonksiyon) olsun. Eğer bir $A \subseteq X$ için $f^{-1}(f(A)) = A$ ise $f(\text{Int } A) = \text{Int } f(A)$ olduğunu gösterin.
2. $f : (\mathbb{R}^2, \tau_{\text{ts}}) \rightarrow (\mathbb{R}^2, \tau_{\text{ts}})$, $f(x, y) = (2y - 1, x^5)$ olsun. f nin bir homeomorfizma olduğunu gösterin. (ipucu: kapalı kümeleri kullanabilirsiniz)
3. (X, τ_X) , (Y, τ_Y) iki topolojik uzay olsun. \mathfrak{B}_1 ; τ_X için bir baz ve \mathfrak{B}_2 ; τ_Y için bir baz olsun. $\mathfrak{B}' = \{B_1 \times B_2 : B_1 \in \mathfrak{B}_1, B_2 \in \mathfrak{B}_2\}$ ailesinin, $X \times Y$ üzerindeki çarpım topolojisi için bir baz olduğunu gösteriniz.
4. $\mathfrak{B} = \{(-a, 2a] : a \in \mathbb{R}, a > 0\} \subseteq 2^{\mathbb{R}}$ olsun. \mathfrak{B} nin \mathbb{R} üzerinde bir topolojinin bir bazı olduğunu gösteriniz. **Bu topolojiye göre** $(-1, 2)$ nin bir açık küme olduğunu gösteriniz.
5. $X = \{f \in \mathbb{R}[x] : \text{der } f(x) \leq 3\}$ (derecesi en çok 3 olan polinomların kümesi) olsun. $d(f, g) = \max\{|f(0) - g(0)|, |f'(0) - g'(0)|, |f''(0) - g''(0)|, |f'''(0) - g'''(0)|\}$ olarak tanımlansın. d nin X üzerinde bir metrik olduğunu gösterin.
6. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$, $f(x) = e^{ix} = \cos x + i \sin x$ olsun. (Hem \mathbb{R} hem de \mathbb{C} üzerinde mutlak değer metriği kullanıldığında), f nin düzgün sürekli olduğunu gösterin. (ipucu: \cos fonksiyonu için fark formülünü, yarım açı $(\sin^2 t = \frac{1 - \cos 2t}{2})$ formülünü ve her $x \in \mathbb{R}$ için $|\sin x| \leq |x|$ olduğunu kullanmanız gerekiyor.)

\mathbb{R} : Gerçel (Reel) sayılar \mathbb{C} : Karmaşık (Kompleks) Sayılar,

$\tau_{\text{ts}} = \tau_{\text{cof}}$: sonlu tümleyenli topoloji $\text{Int } A$: A nın içi

Başarılar