MT 342 TOPOLOJİ
I.Ara Sınav

Süre:90 Dakika   20 Nisan 1998

(25 puan) 1.a) $X \subset Y$ ve τ, X üzerinde bir topoloji olsun.
$\tau' = \{U : U \subset Y, U \cap X \in \tau\}$ topluluğunun Y üzerinde bir topoloji olduğunu gösteriniz.

b) i) $\tau^* = \{U : U \subset \mathbb{R}, U$ sonlu ve **tek sayıda** elemanı var$\} \cup \{\emptyset, \mathbb{R}\}$ olsun .τ^* ın $\mathbb{R}$ üzerinde bir topoloji **olmadığını** gösteriniz.

(30 puan) 2.$X = \mathbb{R}$,$\tau = \{[0, a) : a > 0\} \cup \{\emptyset, [0, +\infty), \mathbb{R}\}$, $A = (-1, 2]$ olsun.

a)A nın içi (İç$A = Int(A)$), dışı (Dış$A = Ext(A)$) ve sınırını ($\partial A = Bd(A)$) bulunuz.

b)$A \subset A'$ (A nın türetilmiş kümesi) olduğunu gösteriniz.

(20 puan) 3.$X = \mathbb{R}$,$A = [0, 2), \tau = \{U : A \subset U\} \cup \{\emptyset\}$ olsun.τ , X üzerinde bir topolojidir (bunu **göstermeyiniz**).$\mathcal{B}$ =$\{A \cup \{x\} : x \in \mathbb{R}\}$ olsun .$\mathcal{B}$ nin τ için bir baz olduğunu gösteriniz.

(25 puan) 4.$X = \mathbb{R}$,$\mathcal{B} = \{B :$ bir $n \in \mathbb{Z}$ için $B \subset (n, n+1)\} \cup \{\mathbb{Z}\}$ olsun.$\mathcal{B}$ nin $\mathbb{R}$ üzerinde **bir** topolojinin bir bazı (tabanı) olduğunu gösteriniz ve bu topolojiye göre $\mathbb{Z}$ nin hem açık hem de kapalı olduğunu gösteriniz.

$\mathbb{R}$:Reel (gerçel) sayılar kümesi
$\mathbb{N}$:Doğal sayılar kümesi=$\{1,2,3,\cdots\}$
$\mathbb{Z}$:Tamsayılar kümesi