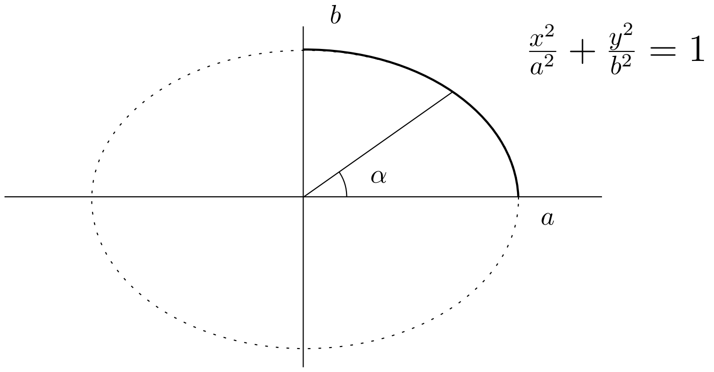

Birinci çeyrekte kalan parçaların alanları eşit ise $\tan\alpha$ yı bulunuz.

Analiz ile Çözüm:

Çeyrek elipsin alanı $\frac{\pi ab}{4}$ tür. Küçük parçanın alanını bulmak için Kutupsal koordinatlar kullanmak daha uygun olur.

Elipsin denklemi $r^2 = \frac{a^2b^2}{b^2\cos^2\theta + a^2\sin^2\theta}$ İstenen açı α için, $\int_0^\alpha \frac{1}{2}r^2\, d\theta = \frac{\pi ab}{8}$ olmalıdır.

$$\int_0^\alpha \frac{1}{2}r^2\, d\theta = \frac{b^2}{2}\int_0^\alpha \frac{\sec^2\theta}{\frac{b^2}{a^2} + \tan^2\theta}\, d\theta = \frac{b^2}{2}\int_0^{\tan\alpha} \frac{du}{\frac{b^2}{a^2} + u^2} = \frac{ab}{2}\mathrm{Arctan}\left(\frac{a}{b}\tan\alpha\right)$$

$$\frac{ab}{2}\mathrm{Arctan}\left(\frac{a}{b}\tan\alpha\right) = \frac{\pi ab}{8}$$

eşitliğinden $\tan\alpha = \frac{b}{a}$ bulunur.

Geometrik çözüm:

$x' = \dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}x,\ y' = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}y$ lineer dönüşümü determinantı 1 olduğundan alanları değiştirmez.

Bu dönüşüm, bu elipsi, yarıçapı $\sqrt{ab}$, merkezi koordinat sisteminin başlangıç noktası olan çembere, orijinden geçen doğruları da yine orijinden geçen doğrulara dönüştürür.

Çemberin 1. çeyreğini ikiye bölen (merkezden geçen) doğru $x' = y'$ doğrusudur. Bu doğruya dönüşen doğru da (dönüşüm alanları koruduğu için) elipsin 1. çeyreğini iki eşit parçaya böler. $y' = x'$ doğrusuna dönüşen doğrunun da, $y = \frac{b}{a}x$ doğrusu olduğu kolayca bulunur. Bu nedenle $\tan\alpha = \frac{b}{a}$ dır.