

MT 321 PROBLEMLER III

1.  $\alpha(t) = t^2\vec{i} + t^3\vec{j} + \cos t\vec{k}$  ile  $\beta(t) = t\vec{i} + e^t\vec{j} + t^3\vec{k}$  nın denk olmadığını gösteriniz.

2.  $\alpha : I \rightarrow \mathbb{R}^3, \beta : J \rightarrow \mathbb{R}^3$  parametrik gösterimler olsun.

$\alpha \approx \beta \Leftrightarrow$  kendisi ve tersi türevlenebilen,  $1-1$ , örten, ve  $\beta = \alpha \circ h$  olacak şekilde bir  $h : J \rightarrow I$  varsa

bağıntısının bir denklik bağıntısı olduğunu gösteriniz.

3.  $\alpha(t) = e^t \cos t\vec{i} + e^t \sin t\vec{j} + e^t\vec{k}$  yi yay uzunluğu ile parametrize ediniz.

4.  $\alpha(t) = (t, \sqrt{2} \log t, \frac{1}{t})$  yi yay uzunluğu ile parametrize ediniz.

5.  $\alpha(t) = (\frac{2\sqrt{2}}{3}t^{\frac{3}{2}}, t \cos t, t \sin t)$  yi yay uzunluğu ile parametrize ediniz.

6.  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$  türevlenebilen fonksiyonlar ise

a)  $(f \times g)' = f' \times g + f \times g'$  b)  $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$

olduğunu gösteriniz.

7.  $\alpha(t) = (\frac{t}{1+t^2}, \frac{1-t^2}{1+t^2}, \sqrt{3} \frac{t}{1+t^2})$  yi yay uzunluğu ile parametrize ediniz.

8.  $\alpha(t) = (\sqrt{3}t, t, \frac{3}{4}t^{\frac{4}{3}} - \frac{3}{2}t^{\frac{2}{3}})$  i yay uzunluğu ile parametrize ediniz.

9.  $\alpha \circ h = \beta$  olsun.  $\vec{u} \perp \beta'(t)$  ise  $\vec{u} \perp \alpha'(h(t))$  olduğunu gösteriniz.

10.  $\alpha(t) = (\cos t, \sin t, \sin t)$   $t \in I$ ,  $\beta(s) = (s, 2s, 3s)$   $s \in J$  olsun.  $I$  ve  $J$  ne olursa olsun  $\alpha \not\approx \beta$  olduğunu gösteriniz.

11.  $\alpha : I \rightarrow \mathbb{R}^3$  birim hızda ise  $\alpha' \perp \alpha''$  (yani her  $s$  için  $\alpha'(s) \perp \alpha''(s)$ ) olduğunu gösteriniz.

12.  $\beta = \alpha \circ h$  ise  $(\alpha, \beta)$  parametrik gösterimler,  $h : J \rightarrow I$  fonksiyon,  $I, J \subset \mathbb{R}$   $\beta''$  yü  $\alpha', \alpha'', h', h''$  cinsinden bulunuz.

13.  $\alpha, \beta : I \rightarrow \mathbb{R}^3$  ve  $\alpha' = \beta'$  olsun. Her  $t \in I$  için  $\beta(t) = \alpha(t) + v$  olacak şekilde bir  $v \in \mathbb{R}^3$  var olduğunu gösteriniz.

14.  $\alpha : I \rightarrow \mathbb{R}^3$  ve her  $t \in I$  için  $\alpha(t) \perp \alpha'(t)$  ise  $\alpha$  nın bir küre yüzeyi üzerinde olduğunu gösteriniz.

15.  $\alpha(t) = t\vec{i} + \sin t\vec{j} + e^t\vec{k}$   $t \in \mathbb{R}$ ,  $\beta(t) = \log t\vec{i} + \sin(\log t)\vec{j} + t\vec{k}$   $t > 0$  olsun.  $\alpha \sim \beta$  olduğunu gösteriniz.

16.  $\alpha : I \rightarrow \mathbb{R}^3$  bir parametrik gösterim,  $J = \{-t : t \in I\}$   $\bar{\alpha}(t) = \alpha(-t)$  olsun. a)  $\bar{\alpha}$  nin bir parametrik gösterim olduğunu b)  $\alpha \sim \beta \Leftrightarrow \bar{\alpha} \sim \bar{\beta}$  olduğunu gösteriniz. c)  $\alpha(t) = (t, t^2, t^3)$  ise  $\alpha \not\sim \bar{\alpha}$  olduğunu gösteriniz. d)  $\alpha \sim \bar{\alpha}$  olacak şekilde bir  $\alpha$  parametrik gösterimi bulunuz. e)  $\alpha \sim \bar{\alpha}$  ise  $\alpha$  nın sabit olduğunu gösteriniz.

17.  $\alpha, \beta : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3, \alpha(t) = \cos t\vec{i} + \sin t\vec{j} + \sin t\vec{k}$ ,  $\beta(t) = \sin t\vec{i} + \cos t\vec{j} + \sin t\vec{k}$  olsun.  $\alpha \sim \beta$  olduğunu gösteriniz.

18.  $\alpha : (0, 3\pi) \rightarrow \mathbb{R}^3, \alpha(t) = \cos t\vec{i} + \sin t\vec{j} + \sin t\vec{k}$ ,  $\alpha : (0, 5\pi) \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $\beta(t) = \cos t\vec{i} + \sin t\vec{j} + \sin t\vec{k}$  olsun.  $\alpha \sim \beta$  olduğunu gösteriniz.