

### MT 321 PROBLEMLER IV

1.  $\beta$  birim hızda uzay eğrisi  $\varphi(\Delta s) : T(s)$  ile  $T(s + \Delta s)$  arasındaki açı ise  $\lim_{\Delta s \rightarrow 0^+} \frac{\varphi(\Delta s)}{\Delta s} = \kappa$  olduğunu gösterin.
2.  $\beta$  birim hızda uzay eğrisi  $\kappa > 0$  ve  $\psi(\Delta s) = B(s)$  ile  $B(s + \Delta s)$  arasındaki açı ise  $\lim_{\Delta s \rightarrow 0^+} \frac{\psi(\Delta s)}{\Delta s} = |\tau|$  olduğunu gösterin.
3. (Birim hızda) bir parametrik gösterim sabit pozitif eğriliğe sahip ve bir düzlem içinde kalıyorsa bir çember (yayı) olduğunu gösterin.
4. (Birim hızda) bir parametrik gösterim  $r$  yarıçaplı bir küre yüzeyi üzerinde ve sabit  $\frac{1}{r}$  eğriliğe sahip ise bir çember (yayı) olduğunu gösterin.
5.  $\alpha(t) = \cos t \vec{i} + \sin t \vec{j} + t \vec{k}$  silindirik helisinin teğet doğrularının  $xy$  düzlemini kestikleri noktaları bulunuz.
6.  $\alpha(t) = at \vec{i} + bt^2 \vec{j} + ct^3 \vec{k}$  eğrisinin teğetlerinin, ne zaman ( $a, b, c$  arasında nasıl bir ilişki varken),  $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j}$  vektörü ile sabit bir açı yaptığını bulunuz
7. Yay uzunluğu ile parametrize edilmiş bir eğri için  $(\alpha' \times \alpha'') \cdot \alpha''' = \kappa^2 \tau$  olduğunu gösteriniz.
8. Bir eğrinin küresel teğet indikatörünün eğriliğinin  $\sqrt{\frac{\kappa^2 + \tau^2}{\kappa^2}}$  olduğunu gösteriniz.
9.  $\alpha(t) = t \vec{i} + \frac{1+t}{t} \vec{j} + \frac{1-t^2}{t} \vec{k}$  eğrisinin bir düzlem eğrisi olduğunu gösteriniz.
10.  $\alpha(t) = a \cos t \vec{i} + b \sin t \vec{j} + f(t) \vec{k}$  eğrisinin bir düzlem eğrisi olması için  $f(t)$  nasıl bir fonksiyon olmalıdır?
11.  $\alpha(t) = t \vec{i} + \frac{1}{2} t^2 \vec{j} + \frac{1}{3} t^3 \vec{k}$  eğrisinin 3 noktasındaki oskütör düzlemlerinin bu noktalardan geçen düzlem üzerinde bir noktada kesiştiklerini gösteriniz.
12. Teğet indikatörünün burulmasının  $\frac{\tau \kappa' - \kappa \tau'}{\kappa(\kappa^2 + \tau^2)}$  olduğunu gösteriniz.
13.  $\alpha(t) = e^t (a \cos t \vec{i} + a \sin t \vec{j} + b \vec{k})$  eğrisinin eğrilik ve burulmasını (yay uzunluğunun fonksiyonu olarak) bulunuz.
14. Bir eğri küre üzerinde ise (ve  $\tau \neq 0$  ise)  $\frac{d}{ds} \left( \frac{\kappa'}{\kappa^2 \tau} \right) - \frac{\tau}{\kappa} = 0$  olduğunu gösteriniz.
15. Dairesel helisin merkezi eğrisinin de bir dairesel helis olduğunu gösteriniz.
16. Bir eğrinin involutunun eğrilik ve burulmasını bulunuz.
17. Eğrinin involutunun teğetinin, eğrinin normaline paralel olduğunu gösteriniz.
18. Bir silindirik helisin involutunun bir düzlem eğrisi olduğunu gösteriniz.