

MT 321 DİFERENSİYEL GEOMETRİ

Dönem Sonu Sınavı

4 SORU YANITLAYIN

Süre:90 Dakika

5 Ocak

2005

(12+13) 1. $\sigma : \mathbb{I} \rightarrow \mathbb{R}^3$ bir türevlenebilen 1-simpleks ve $\mu(s) = \sigma(1 - s)$ olsun.

a) $\omega = xzdy$ 1-formu için $\int_{\mu} \omega = -\int_{\sigma} \omega$ olduğunu gösterin. (ipucu: $\sigma(s) = (f(s), g(s), h(s))$ alarak her iki integrali de birer belirli integrale dönüştürüp bir değişken değişikliği yapın)

b)(a) **şikkındaki eşitliğin her ω için doğru olduğunu kabul ederek**, $\sigma : \mathbb{I}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ bir türevlenebilen 2-simpleks ve $\mu(s, t) = \sigma(1 - s, t)$ ise, her $\omega \in \Omega^1(\mathbb{R}^3)$ için $\int_{\sigma} d\omega = -\int_{\mu} d\omega$ olduğunu gösteriniz. (İpucu: $\partial\sigma$ ile $\partial\mu$ nin terimlerini karşılaştırın ve Genelleştirilmiş Stokes Teoremini kullanın)

(14+11) 2. $\alpha(t) = (t^3, ct^2, t)$, ($t > 0$) eğrisi ($c \in \mathbb{R}$) :

a) c nın hangi değerleri için bir **düzlem eğrisi** olur?

b) c nın hangi değerleri için (**düzlem eğrisi olmayan**) bir silindirik helis olur?

(25) 3. $\alpha(t) = t\vec{i} + t^2\vec{j} + t^3\vec{k}$ (diğer yazılışla $\alpha(t) = (t, t^2, t^3)$) eğrisinin $t = -1$ noktasındaki normal, rektifiyan ve oskülatör düzlemlerinin denklemlerini bulun.

(13+12) 4. a) $\alpha(s)$ **sabit pozitif eğrilğe** sahip (bir aralıkta tanımlı en az 3 kez sürekli türevlenebilen, birim hızda) bir parametrik gösterim olsun.

α nın merkezi eğrisinin ($\alpha^* = \alpha + \frac{1}{\kappa}N$) , κ^* eğrilğini bulunuz.

b) $\beta(s) = \cos \frac{s}{2} \vec{i} + \sin \frac{s}{2} \vec{j} + \frac{s\sqrt{3}}{2} \vec{k}$, $\gamma(s) = \frac{s^2\sqrt{3}}{4} \vec{i} + \frac{1}{2}(\arcsin s + s\sqrt{1-s^2}) \vec{j} + \frac{s^2}{4} \vec{k}$ (her iki eğri için de $|s| < 1$) olsun. β ile γ nın kongruant **olmadığını** gösterin. (Her iki eğri de birim hızdadır)

(12+13) 5. a) $S = \{(x, y, z) : (x - y)^3 + (y - z)^3 = 1\} \subset \mathbb{R}^3$ olsun. S nin türevlenebilir bir yüzey olduğunu gösterin.

b) (s yay uzunluğu olmak üzere) $\kappa(s) = \frac{1}{1+s^2}$ ($s \in \mathbb{R}$) olan bir **düzlem eğrisi** bulun (**tüm adımları eksiksiz yapın**).

Başarılar